Title	或ル種ノ線状移動可能函数方程式ニ就イテ（IV）
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 63 p.17-p.21
Issue Date	1935-10-25
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74162
rights	
Note	

240. 或ル種ノ線狀移動可能函數方程式ニ就イテ（IV）

北川敏男（阪大）

10. §5以後ニ於イテ、$G(\lambda)=\sum_{m=0}^{\infty}\lambda^s\beta_s$ ニ於イテ $\beta_0\neq 0$ ト假定シテ *Bernoulli's polynomials* ヲ導入シタが，一般ニ、$\beta_0,\cdots\cdots,\beta_{k-1}=0$, $\beta_k\neq 0$ ナルトキデモ事情ハ變ラナイコトヲ附言シテオク。コノ場合、任意ノ $k-1$ 次ノ多項式ハ *homogeneous equation* $\Gamma P(x)=0$ ノ解ニナル．コノトキ

$$(1)\quad \frac{\lambda^k e^{\lambda x}}{G(\lambda)}=\sum_{s=0}^{\infty}B^{k}_{s+k}(x)\lambda^s \quad \text{トオケバ}$$

(2) $\Gamma B^{k}_{s+k}(x)=\dfrac{x^{s}}{s!}$ $\quad(s=0,1,2,\text{------})$

(3) $\dfrac{dB^{k}_{s+k}(\xi)}{d\xi}=B_{s+k-1}(\xi)$

(4) $B^{k}_{s}(x+h)=\sum_{0}^{s}\dfrac{h^{i}}{i!}B^{k}_{s-i}(x)$

(5) $B^{k}_{s}(x)=\sum_{i=0}^{s}B^{k}_{i}\dfrac{x^{s-i}}{(s-i)!}$

(6) Euler-Maclaurin ノ定理ノ擴張

$$g(x+h)=\sum_{j=0}^{m+k}B^{k}_{j}(h)\Gamma f^{(j)}(x)+\int_{0}^{h}\frac{(h-s)^{m}}{m!}g^{(m+1)}(x+s)ds$$

$$-\sum_{j=0}^{m+k}B^{k}_{j}(h)\Gamma_{\eta}\left\{\int_{0}^{\eta}\frac{(\eta-s)^{m+k-j}}{(m+k-j)!}g^{(m+1)}(x+s)ds\right\}$$

但シ，
$$\left.\begin{aligned}&f^{(k)}(x)=g(x)\\&\Gamma_{\eta}p(\eta)=\sum_{k=0}^{m}\int_{0}^{b}p^{(s)}(\eta)d\varphi_{k}(\eta)\end{aligned}\right\}ヲ$$

意味スル。

更ニ，

$$g(x+h)=\sum_{j=0}^{m+k}B^{k}_{j}(h)\Gamma f^{(j)}(x)$$

$$+\Gamma_{\eta}\left\{\int_{\eta}^{h}B^{k}_{m+k}(h-s+\eta)g^{(m+1)}(x+s)ds\right\}$$

トモ書ケル。等々

以上，定差法ノ基本事項ノ成立スルコトハ，§5 以後ト変ラナイ。尚コレラノ事ハ，昨年 M. Ghermanesco ガ Acta Math. Bd. 62 デ論ジタコトト平行デアル。氏ノ考ヘタハ

$$\mathop{\mathrm{E}}_{p}^{x} F = A_0 F(x) + A_1 F(x+\omega_1) + \cdots + A_p F(x+\omega_p) = g(x)$$

ナル定差方程式デアルガ，$\mathop{\mathrm{E}}_{p}^{x} F$ ハ特殊ノ線状可遷作用子デアリ (1), (2), ……, (6) ノ事實ノ成立ニ必要ナコトハ，線状ト可遷トノミデアル。

11. *Bernoulli's polynomials* ノ擴張ニ関シテハ，以上ニ止メテ、§5 ニ掲ゲタ問題ニ立チ帰ル。

Nörlund ノ *Hauptlösung* ニ相當スルモノハ，如何ニ、一般ノ線状可遷作用子ニツイテ定義スベキカ？

Bochner ハ嘗ッテ、§10 ノ $\mathop{\mathrm{E}}_{p}^{x} F(x)$ ニツイテコノ問題ヲ考ヘタコトガアル。ケレドモ，ソレノ特別ノ場合 $\Delta F(x)$ ナル作用子ニ於イテスラ、*Nörlund* ノ定義トー致シタモノヲ得テ居ラズ，氏自ラ、*Speziallösung* ト呼バザルヲ得ナカッタ。(Acta Math. Bd. 51) 若干ノ條件ヲモッタ線状可遷作用子ニツイテ、*Spezial lösung* ヲ定義スルコトハ何ノ困難モナイ (§12 参照)。又、前出ノ *Ghermanesco* モ，同様ナ問題ヲ取扱ヒ，與ヘラレタ函數方程式

$$\overset{x}{\underset{p}{E}} F(x) = g(x)$$

ニ對シテ

$$\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n (E - A_0)^{(n)} e^{-\eta x} g(x) \qquad (A_0 \lambda = -1)$$

ガ $\eta \downarrow 0$ ノトキニモ存在スレバ，コレヲ以テ *solution principale* ト定義シ，*Nörlund* ノ進ンダ道ヲ行ケリト書イテ居ル。然シナガラ、上ノ級數ハ，ソノ特別ノ場合 $\Delta F(x)$ ニツイテ見ルニ，決シテ *Nörlund* ノ定義ト一致シテ居ラナイ。

更ニ昨年，C. R. (*Paris*) デ *Delsarte* ノ論ジテ居ル線狀可遷作用子 $\int_0^1 f(x+t) \mathbb{K}(t)\, dt$ —— 但シ $\mathbb{K}(t)$ ハ $[0, 1]$ デ有界變分ノ函數 —— ノ所論ニ於イテモ，（簡單ナ敍述デ委曲ハ知リ得ナイが），*Bochner* ノ *Spezial-lösungen* ニ相當シタモノシカ得テ居テナイト思ハレル。

即チ，他ニ參考スベキ文獻がアルカモ知レナイが，以上ノ所デハ，*Nörlund* ノ *Hauptlösung* ニ相當スベキモノが，以上ノ如キ特別ノ線狀可遷作用子ニツイテスラ、與ヘラレテ居ラナイヤウニ思ハレル。シカシ、コレハ是非成シ遂ゲネバナラヌコトデアル。

尚，*Ghermanesco* ハ，*Hurwitz*，*Guichard* ノ古典的結果ヲ拡張シテ居ル，コレヲ、吾々ノ場合ニ拡張スルコトハ出來ル。コヽデモ整函數 $G(\lambda)$ ノ *behaviour* ニ

関スル智識ガ出発点ニナル。（§13参照）

本節以下デ申シ上ゲルコトニ関シテハ特ニ，諸賢ノ御教示ヲ得タイト思ヒマス。

——（続ク）——